



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA JUDEȚEANĂ 7.03.2020
CLASA a VIII-a

Problema 1.(7 puncte)

Fie numerele $a = \sqrt{\frac{11-4\sqrt{7}}{3}}$ și $b = \sqrt{\frac{11+4\sqrt{7}}{3}}$

- Calculați $a \cdot b$.
- Arătați că $a^2 + b^2 \geq 2$.

Problema 2.(7 puncte)

Fie expresiile : $E(x) = \frac{4x^2}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$, $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$ și

$F(x) = \frac{x^3+x}{x^3-x^2+x-1} : \left(\frac{4}{x-1} + \frac{5+x}{1-x^2} - \frac{2x+10}{x^2+6x+5} \right)$, $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 1, -5\}$.

- Aduceți $E(x)$ la forma cea mai simplă.
- Arătați că $F(x) = x$.
- Dacă $A(x) = F(x) + E(x)$, arătați că $A(n) + A(n^2)$ este divizibil cu 4.

Problema 3.(7 puncte)

În paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$, $AB = 12$ cm, $BC = 6$ cm, $AE = 3\sqrt{6}$ cm,
 M, N, P mijloacele laturilor AB, BC , respectiv BF și O centrul bazei $ABCD$.

- Determinați măsura unghiului dintre dreptele OM și HC .
- Arătați că planele (MNP) și (ACF) sunt paralele.
- Determinați măsura unghiului dintre planele (EMD) și (ABC) .

Problema 4.(7 puncte)

Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată cu $VO \perp (ABC)$ și $AB = 24$ cm. Se știe că muchia laterală a piramidei formează cu planul bazei un unghi a cărui tangentă este egală cu $\sqrt{2}$.

- Arătați că $VO = 8\sqrt{6}$ cm.
- Arătați că $AV \perp BC$.
- Pe înălțimea VO a piramidei se alege un punct T ($T \in (VO)$), astfel încât triunghiul ΔATV să fie isoscel, având baza AV . Determinați lungimea segmentului VT .

*Subiectele au fost - propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda*

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann